

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДОВ ИНФОРМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ И КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Сафонов В.И.

В Федеральных государственных образовательных стандартах общего образования (ФГОС ОО) определена предметная область «Математика и информатика», что определяет целесообразность использования методов информатики и средств информационных и коммуникационных технологий (ИКТ) на всех ступенях обучения математике.

Основываясь на результатах анализа ФГОС ОО и представленных дидактических возможностях ИКТ [5, с. 16-17], определим методические цели использования методов информатики и ИКТ в изучении математики:

1) формирование способности к восприятию математических объектов, наглядно представленных на экране компьютера;

2) развитие умений построения на экране компьютера графиков, диаграмм, таблиц, схем и др., их интерпретации и аргументации;

3) формирование способности построения компьютерных моделей основных изучаемых математических понятий (число, геометрическая фигура, уравнение, функция, вероятность) и их исследования;

4) развитие понимания сущности алгоритмических предписаний и умения их использовать для решения различных математических задач;

5) развитие навыков выполнения вычислительных операций в условиях применения средств автоматизации;

6) формирование умения работы с математическим текстом, представленным на экране компьютера;

7) развитие умений алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств, систем уравнений и неравенств с применением специализированных программных средств для решения различных математических задач;

8) формирование способности применять математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики при работе с электронными текстами по математике;

9) развитие умений построения на экране компьютера функционально-графических представлений и возможности их исследования, в том числе с применением сопрягаемого с компьютером оборудования, для выявления реальных зависимостей;

10) овладение способами представления и анализа статистических данных с использованием соответствующего программного обеспечения;

11) приобретение навыков геометрических построений с применением различных программных продуктов;

12) формирование способности исследовать различные геометрические объекты, представленные на экране компьютера;

13) формирование умения измерять длины отрезков, величины углов и проведение исследования других математических объектов с помощью инструментария программных средств;

14) формирование способности применять математические зависимости при компьютерном моделировании и исследовании геометрических фигур;

15) формирование умения выполнять тренировочные учебные задания с использованием компьютерных тренажеров, позволяющих автоматизировать проверку правильности выполнения заданий и способными оказывать контекстную помощь;

16) развитие умения осуществлять автоматизированный самоконтроль процесса и результата учебной математической деятельности;

17) формирование умений осуществлять информационную деятельность по поиску, сбору и обработке учебной информации по математике в условиях функционирования локальных и глобальных сетей;

18) формирование умений осуществлять информационное взаимодействие с участниками образовательного процесса класса, школы, а также различных мероприятий (семинары, кружки, конкурсы, олимпиады и т.д.).

Опираясь на вышеуказанные методические цели, рассмотрим содержание учебного предмета «Математика» на соответствующих ступенях образования (5-11 класс) и определим возможность его совмещения с методами информатики и ИКТ.

В процессе обучения математике в 5-6 классах изучаются следующие темы: «Натуральные числа», «Дроби», «Рациональные числа», «Измерения, приближения, оценки. Зависимости между величинами», «Элементы алгебры», «Описательная статистика. Вероятность. Комбинаторика», «Наглядная геометрия» [2].

Отметим, что при изучении натуральных чисел (их запись, сравнение и упорядочение, выполнение различных вычислений, исследование свойств математических объектов с помощью компьютерного моделирования, проверка правильности решения и др.) целесообразно реализовать такие дидактические возможности ИКТ, как [5]:

- компьютерное моделирование и наглядное представление натуральных чисел и их последовательностей на числовой прямой на экране компьютера (например, демонстрация положения натуральных чисел на числовой прямой, а также самостоятельное определение учеником числа по его изображению на числовой прямой и расположения числа на числовой прямой);

- интерактивный диалог ученика со средством обучения в форме «вопрос-ответ» с проверкой вычисленного учеником ответа предложенной на компьютере вычислительной задачи и возможным оказанием ученику контекстной помощи;

- автоматизация самоконтроля и контроля, например, по представлению чисел из буквенной записи в запись с помощью цифр и обратно, по определению учеником отношения «меньше-больше» для натуральных чисел и др.;

- автоматизация сбора результатов самостоятельной учебной деятельности ученика за компьютером.

Таким образом, записав ряд чисел, ученик получает возможность сравнить их, расположить в заданном порядке и т.д. При этом программа не

только выдает результат проверки выполнения задания, но также помощь в последующем его выполнении, тем самым реализуя возможность незамедлительной обратной связи и автоматизации самоконтроля. Используя компьютер, учащийся получает возможность исследовать простейшие числовые закономерности, проводить числовые эксперименты, применяя метод компьютерного моделирования.

Нет сомнений, что исследование зависимости между величинами является важным в курсе математики. В этой связи у ученика должно быть сформировано умение строить графики функций. В этом случае следует воспользоваться неким инструментальным средством построения графика функции. Учитель либо сразу строит искомый график функции и показывает его учащимся на демонстрационном оборудовании, либо демонстрирует этапы построения графика. Затем учитель может предложить учащимся задачу на самостоятельное построение графиков функций на компьютере.

Таким образом, может быть урок математики при изучении функций и их свойств, когда программное средство используется для демонстрации этапов построения и преобразования графиков функций, при построении графиков функций, в ходе графического решения уравнений и их систем, при решении текстовых задач геометрическим методом и т.д.

При изучении темы «Треугольники» ученик может выполнить распознавание треугольников, представленных на экране, а также самостоятельно построить на экране компьютера треугольники различных видов. Он также имеет возможность изменять параметры треугольника, отслеживая автоматические изменения других параметров (например, изменение углов у основания треугольника при изменении его высоты), реализовывать такие виды движений, как поворот фигуры, ее параллельный перенос или симметричное отображение и т.д. Кроме этого, имеется возможность выполнения дополнительных построений и измерений с помощью встроенных в программный продукт инструментов, решая тем самым поставленную учебную задачу. В результате ученик получает

мощный инструментарий для выполнения графического моделирования, наглядных геометрических построений и исследования полученных фигур и их конфигураций.

Рассмотрим примеры использования методов информатики и ИКТ в содержании учебного предмета «Алгебра 7-9», которое представлено следующими темами: «Действительные числа», «Измерения, приближения, оценки», «Введение в алгебру», «Многочлены», «Алгебраические дроби», «Квадратные корни», «Квадратные корни», «Уравнения с одной переменной», «Системы уравнений», «Неравенства», «Зависимости между величинами», «Числовые функции», «Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии», «Описательная статистика», «Случайные события и вероятность», «Элементы комбинаторики», «Множества. Элементы логики» [2].

Анализ содержания учебного предмета «Алгебра» показал целесообразность использования методов информатики и ИКТ в процессе обучения с учетом дидактических возможности ИКТ:

– компьютерная визуализация учебной информации об изучаемом объекте, процессе (например, компьютерная демонстрация положения целых, рациональных и иррациональных чисел на координатной прямой; демонстрация числовых характеристик объектов окружающего мира (размеры и соотношение тел, измерительные инструменты и т.д.); показ графиков и свойств изучаемых функций; построение числовых последовательностей, в том числе прогрессий, и визуализация их на координатной плоскости; представление статистической информации в виде таблиц и диаграмм; демонстрация случайных событий);

– наглядное представление математических объектов на экране компьютера с возможностью компьютерного моделирования (моделирование реальных зависимостей с помощью формул и графиков; моделирование последовательностей, заданных формулой n -го члена или рекуррентной формулой; использование различных программных продуктов для построения графиков функций, для исследования положения на координатной плоскости

графиков функций в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулу; проведение случайных экспериментов с помощью компьютерного моделирования; конструирование математических предложений с помощью связок *если...*, *то...*, логических связок *и*, *или* (в электронных таблицах, в языках программирования, в поисковых запросах и др.);

– интерактивный диалог ученика со средством обучения в форме «вопрос-ответ» с проверкой ответа и возможным оказанием ученику контекстной помощи (вычисление значений степеней, корней, буквенных выражений, частоты случайных событий, значений функций и членов последовательностей, заданных формулой n -го члена или рекуррентной формулой; решение уравнений и их систем);

– автоматизация процессов вычислительной и информационно-поисковой деятельности (составление таблиц значений функций; решение и исследование уравнений и систем уравнений на основе функционально-графических представлений уравнений; поиск примеров из реальной жизни, иллюстрирующих изменение в арифметической и геометрической прогрессиях, показывающих примеры использования средних для описания данных, демонстрирующих случайные события (достоверные, невозможные, маловероятные и т.п.), представляющих примеры конечных и бесконечных множеств; поиск информации о числовых характеристиках объектов окружающего мира, случайных процессах, комбинаторике и др.);

– автоматизация контроля и самоконтроля (в процессе распознавания математических объектов, выполнения вычислений, решения уравнений и их систем и др.).

Таким образом, при изучении целых чисел возможно осуществить не только демонстрацию, но и моделирование последовательностей, заданных формулой n -го члена. Отметим, что с помощью электронных таблиц такое моделирование возможно без применения программирования. Табличный процессор позволяет оперативно создавать такие последовательности, при этом пользователь может применить различные способы. Например, он может

самостоятельно задать формулу, определяющую n -й член последовательности; либо применить Автозаполнение, определив первый и второй член последовательности; либо определить тип и параметры создаваемой последовательности, используя инструмент Прогрессия (кнопка *Заполнить* в группе *Редактирование вкладки Главная*), который позволяет автоматизировать создание арифметических и геометрических прогрессий.

Электронные таблицы также могут быть применены при изучении логических функций и вычислении логических выражений. Табличные процессоры обладают логическими связками «если..., то...» и, или, изучаемыми в курсе алгебры 7-9. С помощью электронных таблиц возможно построение таблиц истинности логических выражений как для обучения школьников построению логических выражений, так и осуществления самоконтроля.

При моделировании случайных процессов использование электронных таблиц, в частности, генератора случайных чисел, который имеется и в языках программирования и в табличных процессорах, возможно осуществить имитационное моделирование и проведение случайных экспериментов. При этом учащийся получает возможность не только наблюдать случайные процессы, но может организовать самостоятельно эксперимент и осуществлять управление им.

Рассмотрение содержания учебного предмета «Алгебра» для 10-11 классов (углубленный уровень), представленное следующие темами: «Многочлены», «Комплексные числа», «Элементарные функции», «Производные», «Интеграл», «Вероятность и статистика» [4], показала целесообразность реализации в процессе обучения следующих дидактических возможностей ИКТ:

– компьютерная визуализация учебной информации об изучаемом объекте, процессе (например, демонстрация свойств функций с использованием графиков функций; демонстрация поведения функции на различных участках области определения; изучение свойств функций по их графикам;

демонстрация преобразования графиков элементарных функций; нахождение наибольшего и наименьшего значений функции; приведение примеров случайных величин; описание простейших естественнонаучных приложений закона больших чисел, в том числе законов Менделя);

– наглядное представление математических объектов или их параметров на экране с возможностью компьютерного моделирования (например, изображение комплексных чисел точками на комплексной плоскости; моделирование на комплексной плоскости арифметических действий с комплексными числами; построение графиков функций, обладающих данными свойствами; анализ поведения функций на различных участках области определения; решение практических расчетных задач из окружающего мира; объяснение и иллюстрация понятия предела последовательности; нахождение асимптот; нахождение промежутков возрастания и убывания функции; нахождение приближенных значений интегралов; вычисление вероятности попадания случайной точки фигуры в некоторую ее часть при равномерном распределении вероятностей);

– интерактивный диалог компьютера и ученика в форме «вопрос-ответ» с проверкой ответа и оказанием ученику контекстной помощи (например, решение иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и их систем; нахождение суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии; вычисление пределов последовательностей; вычисление значения производной функции в точке (по определению); вычисление площади криволинейной трапеции; оперирование формулами для числа упорядочений набора из N элементов, упорядоченных и неупорядоченных выборок n элементов из N , числа пар сочетаний в множестве из $2N$ элементов);

– автоматизация контроля и самоконтроля при распознавании математических объектов, выполнении вычислений, решении уравнений и их систем и др. [3].

Анализ содержания учебного предмета «Геометрия 7-9», который включает следующие темы: «Прямые и углы», «Треугольники», «Четырехугольники», «Многоугольники», «Окружность и круг», «Геометрические преобразования», «Построения с помощью циркуля и линейки», «Измерение геометрических величин», «Координаты», «Векторы» и «Элементы логики» [2], показал возможность реализации следующих дидактических возможностей ИКТ:

- компьютерная визуализация учебной информации об изучаемом объекте, процессе (иллюстрирование понятия геометрических объектов (отрезка, луча, угла и др.); демонстрация операций над векторами);

- наглядное представление математических объектов на экране, их исследование и моделирование (изображение геометрических объектов на чертежах и рисунках; решение задач на построение; исследование свойств геометрических фигур с помощью различных программных продуктов; моделирование условия задачи с помощью чертежа или рисунка; исследование свойств движений с помощью различных программных продуктов);

- интерактивный диалог компьютера и ученика в форме «вопрос-ответ» с проверкой и оказанием ученику контекстной помощи;

- автоматизация самоконтроля и контроля, например, при распознавании геометрических объектов, выполнении вычислений, решении уравнений и их систем и др.

В качестве примера, отметим возможность применения при обучении геометрии Редактора чертежей, входящего в состав УМК «Планиметрия 7-9». Данный редактор обладает набором инструментов для построения графических примитивов (точка, отрезок и др.), а также виртуальным геометрическим инструментарием. В нем можно моделировать решение задач на построение (с помощью циркуля и линейки) и задачи на геометрические преобразования, в частности на движения: симметрию – центральную и осевую, параллельный перенос и поворот. Имеется возможность создания анимационных сценариев, позволяющих показать этапы геометрических построений и геометрические

преобразования. Редакторы, подобные Редактору чертежей, позволят закрепить и развить конструктивные умения, а также глубже осознать суть этих построений и преобразований.

Что касается содержания учебного предмета «Геометрия» для 10-11 классов, то оно представлено следующими темами: «Дополнительные главы планиметрии», «Основные понятия стереометрии», «Аксиоматическое построение теорий», «Взаимное расположение прямых в пространстве», «Взаимное расположение прямой и плоскости», «Взаимное расположение плоскостей», «Изображение пространственных фигур», «Многогранник», «Призма», «Пирамида», «Круглые тела», «Преобразования пространства», «Измерение геометрических величин», «Координаты и векторы в пространстве» [4]. Отметим, что при изучении указанных тем могут быть также педагогически целесообразна реализация дидактических возможностей ИКТ:

- компьютерная визуализация учебной информации об изучаемом объекте, процессе (например: приведение примеров реальных объектов, которые использованы для идеализации; иллюстрация способов задания прямых и плоскостей в пространстве; изображение многогранников и иллюстрация их свойств; иллюстрация подобных пространственных фигур; иллюстрирование понятия декартовой системы координат в пространстве);

- компьютерное моделирование и наглядное представление математических объектов на экране с возможностью компьютерного моделирования (например, решение задач на построение, на доказательство на построение сечений, на вписанные и описанные стереометрические объекты; демонстрация на моделях и чертежах элементов стереометрических объектов; изображение различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве, прямой и плоскости, плоскостей; моделирование параллельного переноса; моделирование центральной, осевой и зеркальной симметрий; построение симметричных пространственных фигур);

- интерактивный диалог ученика со средством обучения по форме «вопрос-ответ» с проверкой ответа и оказанием ученику контекстной помощи

(например, распознавание на моделях и чертежах различных случаев взаимного расположения прямых в пространстве, прямой и плоскости, плоскостей; нахождение расстояний; нахождение углов; распознавание на моделях и чертежах стереометрических объектов; решение задач на вычисления и доказательство с применением свойств площади, свойств объема, формул площадей и объемов геометрических тел; вычисление длины и координат вектора; выполнение операций сложения векторов и умножения вектора на число; нахождение скалярного произведения векторов, нахождение угла между векторами и установление перпендикулярности векторов; решение задач на вычисление с применением векторов);

– автоматизация контроля и самоконтроля при распознавании стереометрических объектов, выполнению вычислений и др.

Отметим, что в традиционных условиях в результате построений объемных фигур получают их двумерные изображения, что усложняет стереометрическое восприятие объемных фигур. Следовательно, требуется организация обучения геометрическим построениям в условиях использования соответствующего программного обеспечения, в состав которого входят Конструкторы, позволяющие строить перспективное изображение, вращать его и рассматривать в разных ракурсах, что помогает сформировать у учащихся пространственные образы. Учитель совместно с учащимися может, например, дополнить изучаемый материал собственными наглядными чертежами, изменить построенный объект и произвести его всесторонне исследование.

Таким образом, реализация дидактических возможностей ИКТ в процессе изучения учебных предметов «Алгебра» и «Геометрия» способствует достижению методических целей обучения математике.

В этой связи следует отметить значимость учебного предмета «Информатики» в плане освоения учащимися моделирования как метода научного познания, что отмечается С.А. Бешенковым [1], по мнению которого, курс информатики в наибольшей степени (по сравнению с другими учебными предметами, оперирующими понятием модели) способствует приведению в

систему знаний учащихся о моделях и осознанному применению информационного моделирования в своей учебной (уже в среднем звене начинается активное применение информационных моделей как средства обучения и инструмента познания практически на всех предметах), а затем и практической деятельности. Он отмечает, что «построение моделей на уроках математики, физики, химии, биологии и пр. должно быть подкреплено изучением на уроках информатики вопросов, связанных с этапами построения модели, анализом ее свойств, проверкой адекватности модели объекту и цели моделирования, выяснением влияния выбора языка моделирования на то, какую информацию об объекте мы можем получить, изучая его модель и т.п.» [1].

Отметим, что многие понятия школьного курса математики старших классов, изучение которых вызывает затруднения у учащихся, вводятся на интуитивном уровне. Такие понятия, как «предел», «производная», «интеграл» и др. отличаются по своему характеру от определений, дававшихся ранее в курсе алгебры. Для упрощения восприятия указанных понятий можно использовать проведение математических экспериментов с использованием ИКТ. В частности, понятие предела является сложным для понимания из-за сложности доказательства общих теорем и доказательства существования пределов. Существующие средства автоматизации вычислительных операций позволяют осуществить иной подход к изучению данной темы. С помощью языка программирования или табличного процессора проводится вычислительный эксперимент по вычислению значения некоторого предела. При этом сообщается, что это не строгое доказательство существования предела, а лишь наглядная демонстрация. В ходе проведения эксперимента ученики убеждаются в существовании числа, к которому стремится предел. Учитель при этом показывает, что в школьном курсе математики некоторые положения строго доказаны, а некоторые принимаются без доказательств, рассматриваемых в высшей математике.

Как видно из вышеприведенного, имеется совмещение содержательных линий математики с методами информатики, в частности, с методом

компьютерного моделирования, алгоритмизацией, автоматизацией процессов вычислительной и информационно-поисковой деятельности при выполнении различных заданий.

Таким образом, можно говорить о совмещении содержательных линий математики и методов информатики, что следует учитывать в процессе их изучения.

Литература

1. *Бешенков С.А., Ракитина Е.А.* Моделирование и формализация. М.: Лаборатория Базовых знаний, 2002. 336 с.

2. *Кузнецов А.А.* Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы. 3-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2011. 64 с.

3. *Мартиросян Л.П.* Информатизация математического образования: теоретические основания; научно-методическое обеспечение. М.: ИИО РАО, 2009. 236 с.

4. Математика. Алгебра и начала анализа. Геометрия. 10-11 классы. Примерные программы среднего (полного) общего образования / под ред. Рыжакова М.В. М.: Вентана-Граф, 2012. 136 с.

5. *Роберт И.В.* Теория и методика информатизации образования (психолого-педагогический и технологический аспекты). 3-е изд. М.: ИИО РАО, 2010. 356 с.